質量が負の値をとる可能性を残す事により、時間の矢のパラドックスの解消が可能であることの証明

朝木二古

2020 年 4 月 14 日

概要

ある物体の質量が負の値をとっている場合、その振る舞いを予測することは現在のニュートン力学（以下力学とする）と熱力学では定義外のため出来ないが、負の分の影響を他の物理量の符号の逆転によって相殺することで既存の定義で対応できるかもしれない。符号の逆転を行うためには、他の物理量について元々自由度が 2 存在する、すなわち質量を正・負についての条件を与えていない場合は、その物理量が元々自由度を 2 もっている必要がある。そしてこの物理量を「観測者と同じ向きに進む時間の中の時刻」と考えれば本来、力学・熱力学は共に時間対称性を持つ分野であるが、質量の値は常に正でなければならない、という条件によって自由度が 2 から 1 になり時間の進行方向が固定化されているのではないか。そこで、これにより後に説明するいわゆる、「時間の矢のパラドックス」の解消が可能になる。

1 序

力学は時間対称性を持つにも関わらず、なぜその力学を含む宇宙は時間の進行方向を一方向だけしか認めないのか、という時間の矢についてのパラドックスがある。現在宇宙の時間を一方向だけとする根拠は、熱力学第 2 法則があらゆる実験において破綻していないことによるものだ。では熱力学は物理学の中で唯一時間の進行方向を定める特殊な分野なのだろうか。私はそうではないと考える。だがそのためには少なくとも力学も時間の進行方向を定めうる分野でありかつ、熱力学も見方によっては時間対称性をもつということにならなければならない。力学については私たちの普段の観測で、まるで時間の進行方向を逆転させたかのような力学現象を確認したことはない。たとえ運動方程式に時間対称性があっても、現実の初期条件を代入した後に予測される運動は、全て実際の運動と一致している。そこで初期条件の中に時間の進行方向を決定する条件が既に含まれているとするならば、力学は上記の「時間の進行方向を定めうる分野」という要請を満たす。熱力学については不等号の向きによって時間の進行方向を定めているので、この不等号の向きを定めるような法則、すなわち第二法則を含むようなより広い意味での法則を新たに定めることができれば、熱力学も上記の「見方によっては時間対称性をもつ」という要請を満たす。それら、力学における初期条件の時間の進行方向を定める条件・熱力学における不等号の向きを定める条件は何か。私の主張はそのどちらの条件とも質量の値の符号によるものだということである。そこで質量の値の符号を定めることは、上記 2 つの条件になることの十分条件になることの証明を行う。

2　証明

以下、観測者の質量の値は正であり、文字の定義は全て SI 単位系における物理量とする。正の値としての質量を M、負の値としての質量を $\overline{\mathrm{M}}$ とし

$$\mathrm{M}=|\overline{\mathrm{M}}| \tag{1}$$

と定める。力学において、第 2 法則である観測者から見た対象物体について質量を M、運動量の大きさを P、作用する力の大きさを F、観測者にとっての時刻を t とすると

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(P)=F$$

であるが運動量は質量と速さ V の積であるので

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{M}V)=F \tag{2}$$

となり、(1) かつ $\overline{\mathrm{M}}<0$ より

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\overline{\mathrm{M}}V)=F \tag{3}$$

となる。ここで速さについて注目する。我々はこの速さを定義するときに用いる時刻 τ と運動量に作用する時間微分演算子の時刻 t について暗黙のうちに

$$t=\tau$$

としている。しかし例えば観測者固有の慣性系における t とこの物体固有の慣性系における τ との関係が

$$t=\frac{\overline{\mathrm{M}}}{|\overline{\mathrm{M}}|}\tau \tag{4}$$

であったとしても力学は何ら修正を受けない。そうして (2)、(3) とを見比べてみると M→$\overline{\mathrm{M}}$ とした場合どちらも同じ力学の法則にするためには積分の際、観測者の微小時刻の変化の向きは増加ではなく、減少としてみることもできる。すなわち観測者固有の慣性系にとっての時刻を含む時間の進行方向を逆転することで同じ運動状態とみることもできる。そうすれば質量の値の負の符号は時間の進行方向を逆転させせることで相殺できる。ならば元々質量が負の値を持つ物体の運動は、その質量の値は同じで正の符号の場合における物体の運動を逆再生したかのように見えると考えることもできる。したがって初期条件として質量の値の符号は (4) によって時間の進行方向を定める条件になりうる。

熱力学において、ある単位モル質量の理想気体について考える。この気体の体積を V、圧力を p、温度を T、定積比熱容量を $\mathrm{c_V}$、定圧比熱容量を $\mathrm{c_p}$、加えられる熱を ΔQ、このとき上昇する分の温度変化を ΔT とすると、ΔT→0 のとき

$$\begin{cases} \mathrm{c_v}=\frac{1}{\mathrm{M}}\left(\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{V}} \\ \mathrm{c_p}=\frac{1}{\mathrm{M}}\left(\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{p}} \end{cases} \tag{5}$$

という関係があり, 気体定数を R とすれば

$$\mathrm{R}=\mathrm{c_p}-\mathrm{c_V} \tag{6}$$

という関係もある。さらに、この気体を用いてカルーノーサイクルを行った場合について考えると、最初の過程で接触させるある熱源の温度を $\mathrm{T_2}$、体積変化を $\mathrm{V_A}\to\mathrm{V_B}$、このとき加えられる熱の総和を $\mathrm{Q_2}$、その次の過

程後の温度を T_1、体積を V_C、さらにその次の過程後の体積を V_D、このとき加えられる熱の総和を Q_1、とし、最後の過程でこの気体は最初の状態に一致する。Q_1、Q_2 をこれらの文字であらわすと

$$\begin{cases} Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_C}{V_D} \\ Q_2 = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} \end{cases} \tag{7}$$

となる。ここでこのサイクルにおけるクラウジウスの不等式は

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \tag{8}$$

であるが、適当に

$$E = \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V \right]$$

を定めて (5)、(6)、(7) を (8) に次々と代入することで

$$\frac{1}{M} E \left(\ln \frac{V_B}{V_D} \frac{V_C}{V_A} \right) \leq 0 \tag{9}$$

とあらわすことができる。そして力学と同様に、(1) かつ $\overline{M} < 0$ より

$$-\frac{1}{\overline{M}} E \left(\ln \frac{V_B}{V_D} \frac{V_C}{V_A} \right) \leq 0 \tag{10}$$

となる。 そうして (9),(10) とを見比べてみると $M \rightarrow \overline{M}$ とした場合どちらも同じ熱力学の法則にするためには、(10) の先頭の負の符号は不等式の向きを逆転させることで相殺することもできる。ならば元々質量が負の値を持つ気体の熱の移動は、その質量の値は同じで正の符号の場合における気体の熱の移動を逆再生したかのようにみえると考えることもできる。したがって初期条件として、質量の値の符号により第 2 法則の不等号の向きを定める条件になりうる。ゆえに力学、熱力学において質量の値の符号を定めることは「序」における「2 つの条件」になることの十分条件になる。（終）

参考文献

[1] イリ・デ・ランダウ, イェ・エム・リフシッツ: 『力学』(原著増訂第 3 版, 東京書籍, 1974 年: 広重徹・水戸巌訳)

[2] 須藤靖: 『解析力学・量子論』(東京大学出版会, 2008 年)

[3] 三宅哲: 『熱力学』(第 21 版発行, 裳華房, 2008 年)